Բանալի բառեր՝ շարժման պրոցես, շահույթի ֆունկցիա, դիսկրետ ժամանակահատված, կառավարման ստրատեգիա, մարկովյան պրոցես, կարգավորման պրոցես:

ՀՏԴ 336.76

ՕՊՏԻՄԱԼ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ԽՆԴՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅՈՒՆԸ ՖՅՈՒՉԵՐՍՆԵՐԻ ՇՈՒԿԱՆԵՐՈՒՄ

Ատենախոսության թեմա՝
Էլեկտրաէներգիայի շուկաներում գործարքների ամբողջական պահանջների մոդելավորում

Տիգրան ՓԻԼԻՊՈՍՅԱՆ
ԵՊՀ ասպիրանտ

Գիտական ղեկավար՝
Վիկտոր ՕՀԱՆՅԱՆ
Ֆիզ.մաթ. գիտությունների դոկտոր, պրոֆեսոր

Ներածություն: Օպտիմալ կառավարման խնդիրները, շատ մեծ կարևորություն ունեն ֆինանսական մաթեմատիկայի և տնտեսագիտության ասպարեզում: Տարիների ընթացքում այս տիպի խնդիրները ստացել են մեծ զարգացում:

Օպտիմալ միացման ներկայացված խնդրի հիմքում ընկած պայմանագիրը էներգետիկային վերաբերող ածանցյալ պայմանագրերի մեջ ամենաբարդ ածանցյալ գործիքներից է համարվում: Սարքի միջոցով օգտագործվող վառելիքի վերածումը էլեկտրաէներգիայի՝ իրականացվում է որոշակի գործակցով, որը անվանում ենք փոխանակման միավոր: Այսինքն, այդ գործակիցը չափում է վառելիքի այն ծավալը, որն անհրաժեշտ կլինի 1 միավոր էլեկտրաէներգիա արտադրելու համար: Որքան ցածր լինի այդ գործակիցը, այնքան ավելի արդյունավետ կաշխատի էլեկտրակայանը: Կնքված է պայմանագիր, որի համաձայն անհրաժեշտ է գտնել վառելիքի օգտագործման ծավալների և սարքի աշխատանքային ռեժիմի միջև օպտիմալ բաշխումը:

Այսպիսով, տեսնենք, թե ինչպես կարելի է լուծումներ փնտրել և գտնել այս տիպի խնդիրների առկայության դեպքում, և թե ինչպես կարելի է այս տիպի խնդիրները կիրառել ապրանքային ֆյուչերսների դեպքում, որոնց գինն ավելի արդյունավետ է հաշվարկել Մարկովյան մոդելների միջոցով (տես [1]):

Խնդրի նկարագրությունը և կառուցվածքը: Դիցուք ունենք հետևյալ բաժինները (բլոկերը)՝

- 0:00-8:00 (երկուշաբթիից ուրբաթ),
- 8:00-24:00 (երկուշաբթիից ուրբաթ),
- 0:00-24:00 (շաբաթ և կիրակի):

Այսինքն էլեկտրականության գները տարբեր են այս երեք ժամանակահատվածների համար:

Համարենք, որ $X_t = (P_t, G_t)$-ն $\boldsymbol{R}^k$ չափանի շարժման պրոցես է, որտեղ G_t-ն վառելիքի գնի պրոցեսն է, իսկ P_t-ն՝ էլեկտրականության գնի (k-1)-չափանի պրոցեսը: Ենթադրենք, որ էլեկտրաէներգիա մատուցելու պայմանագիրը կնքված է T տարով, և [0,T] ժամանակահատվածը բաժանված է վերջավոր քանակությամբ միջակայքերի: Ենթադրենք, որ յուրաքանչյուր բլոկի համար t պահին ունենք աշխատանքային ռեժիմի M վիճակներ՝ *0, 1,…,M-1*: Դիցուք 0՝ սարքի անջատված վիճակ, 1=C_{min}, որը նշանակում է, որ սարքը աշխատում է մինիմալ հզորությամբ, և վերջինը՝ *M-1*=C_{max}, այսինքն սարքը աշխատում է մաքսիմալ հզորությամբ: Ավելացնենք նաև կառավարող գործընթաց՝ $\gamma = \gamma(t)$, որը կնկարագրի սարքի որոշակի վիճակում աշխատելը՝ ժամանակի ինչ-որ պահին:

Դիցուք $r(t)$-ն [t,T] միջակայքում սարքի բոլոր հնարավոր աշխատանքային վիճակների բազմությունն է: Խնդիրը կայանում է հետևյալ ֆունկցիայի արգումենտը գտնելու մեջ՝

$$sup_{\gamma\in r(t)}\boldsymbol{E}[H(x,i,[t,T];\gamma)|X_t = x, \gamma(t) = i],$$

որտեղ **E**-ն H ֆունկցիայի պայմանական մաթ. սպասումն է $X_t = x$ և $\gamma(t) = i$ պայմանների առկայության դեպքում, իսկ H – ը՝ աշխատանքային վիճակում գտնվելու դեպքում, [t,T] միջակայքում աշխատելու արդյունքում ժամանակի T պահին վաստակած շահույթի ֆունկցիան է: Դիցուք X_t շարժման պրոցեսը k-չափանի դիֆուզիոն պրոցես է: Ենթադրենք (Ω,*F*,*P*) ֆիլտրված հավանականային տարածության մեջ սահմանված է $W = W(t)_{0\le t\le T}$ Վիներյան պրոցեսը, որտեղ $W_0 = 0$ համարյա հավաստի: Աշխատանքը նկարագրվում է հետևյալ ստոխաստիկ դիֆերենցիալ հավասարմամբ՝

$$dX_t = \mu(t,X_t)dt + \sigma(t,X_t)dW_t + J(t,X_t)[dN_t - \tau(t,X_t)dt],$$

որտեղ $(N_t)_{0\le t\le T}$-ն Պուասոնյան պրոցես է $\tau(t,X_t)$ ինտենսիվությամբ, իսկ $\mu(t,X_t)$ և $\sigma(t,X_t)$–ն՝ համապատասխանաբար՝ շարժման պրոցեսի դրիֆտն ու վոլատիլությունը:

Հիմնական մոդելը: Այսպիսով $X_t = (P_t, G_t) = (P_t([\mathrm{I}]), P_t([\mathrm{II}]), P_t([\mathrm{III}]), G_t)$-ն R^4-ում շարժման պատահական պրոցեսն է: Եթե պայմանագիրը կնքված է 5 տարով, ապա *t=1,2,… ,T(=2x5x365)=3650*, որտեղ յուրաքանչյուր օր բաժանված է երկու բլոկի:

[1] **A**ndreasen **J**., “Back to the future”, RISK, September, 2005.

Ենթադրենք, որ յուրաքանչյուր բլոկում ժամանակի t պահին ունենք $M \geq 3$ վիճակներ՝ *0,1,2,...,M-1*: Եթե սարքի աշխատելու հզորությունը տատանվում է C_{min}-ի և C_{max}-ի միջև, ապա այդ ինտերվալը բաժանելով *M - 2* հավասար մասի՝ կստանանք $\frac{C_{max}-C_{min}}{M-2}$ երկարությամբ միջակայքեր և կունենանք սարքի աշխատանքային ռեժիմի M վիճակ, դրանք են՝

1) 0-ական վիճակ, երբ սարքը անջատված է,
2) առաջին վիճակ՝ C_{min}, սարքը աշխատում է մինիմալ հզորությամբ,
3) երկրորդ վիճակ՝ $C_2 = C_{min} + \frac{C_{max}-C_{min}}{M-2}$ և այլն,
4) m-րդ վիճակ՝ $C_m = C_{min} + (m-1) \times \frac{C_{max}-C_{min}}{M-2}$, որտեղ *m=1,2,...,M-1*,
5) և վերջին վիճակը՝ $C_{M-1} = C_{max}$, այս պարագայում սարքը աշխատում է մաքսիմալ հզորությամբ:

Ենթադրենք, որ $\varphi(P_t([\mathrm{I}]), G_t, i)$-ն վճարման ֆունկցիան է [I] բլոկի համար, երբ սարքը աշխատում է i-րդ վիճակում: Այսպիսով՝

$$\varphi(P_t([\mathrm{I}]), G_t, 0) \equiv 0,$$

$$\varphi(P_t([\mathrm{I}]), G_t, i) = C_i \times [P_t([\mathrm{I}]) - v_i \times G_t - K_i] = \left[C_{min} + (m-1) \times \frac{C_{max} - C_{min}}{M-2}\right] \times [P_t([\mathrm{I}]) - v_i \times G_t - K_i],$$

որտեղ K_i-ն գործառնական ծախսերն են՝ i-րդ վիճակում աշխատելիս, v_i-ն էլեկտրակայանի աշխատանքի ընթացքում 1 միավոր էլեկրականության ծավալ ապահովելու համար անհրաժեշտ վառելիքի չափն է՝ սարքի $i = 1,2,\ldots,M-1$ վիճակում աշխատելիս, $P_t([\mathrm{I}])$-ը [I]-ին բլոկում աշխատելու ընթացքում էլեկտրականության գինն է, և C_i-ն i-րդ վիճակում աշխատելիս՝ սարքի հզորությունն է: $P_t([\mathrm{I}]) - v_i \times G_t - K_i$ արտահայտությունը [I] բլոկում սարքի i-րդ վիճակում աշխատելու դեպքում 1 միավորի համար եկամուտն է: Էլեկտրակայարանի արտադրության ծավալի փոփոխումը մեկ ռեժիմից մյուսը, ծախսատար է և բերում է հավելյալ վառելիքի և հավելյալ ծախսերի առաջացման: Այդ պատճառով ներմուծենք i-ից j վիճակ փոփոխման ծախս՝

$$a_{ij}(t, X_t), \quad a_{ii} \equiv 0,$$

Իսկ սկզբնական միացման ծախսը ավելի մեծ է ցանկացած a_{ij}- ից, և բոլոր մնացած a_{ij}-երը ոչ բացասական են և բավարարում են հետևյալ պայմանին՝

$$a_{ij} \leq a_{ik} + a_{kj}, \quad \forall i, j, k:$$

Կարող ենք նաև ներմուծել կառավարման $\gamma = \gamma(t)$ պրոցեսը, որը դինամիկ ընտրված և ադապտացված է $\{X_S: 0 \leq s \leq t\}$-ն պարունակող F_t^x մինիմալ σ-հանրահաշվում: Քանի որ կառավարման որոշումները կայացվում են դիսկրետ պահերին, կարող ենք ներմուծել կառավարման ֆունկցիա՝

$$\gamma = \big((\varepsilon_1, \tau_1), (\varepsilon_2, \tau_2), \ldots, (\varepsilon_T, \tau_T)\big),$$

որտեղ ε_k-երը ընդունում են արժեքներ $\{Off, C_{min}, \ldots, C_{max}\}$ M տարրերի բազմությունից, և $0 \leq \tau_1 \leq \tau_2 \leq \cdots \leq \tau_{k-1} \leq \tau_k \leq \cdots \leq T$, τ_k-երը կանգառի կամ փոփոխման պահերն են (սարքի աշխատանքային ռեժիմի փոփոխման պահերը):

$$\gamma(t) = \sum_{\tau_k < T} \varepsilon_k \boldsymbol{I}_{[\tau_k, \tau_{k+1}]}(t):$$

Այսպիսով, ժամանակի T պահին ամբողջ շահույթի ֆունկցիան կառավարման $\gamma(t)$ պրոցեսի և $\omega \in \Omega$ ելքի դեպքում կլինի՝

$$H(x, i, [0, T]; \gamma)(\omega) = \int_0^T \varphi\big(X_S, \gamma(s)\big) ds - \sum_{\tau_k < T} a_{\gamma(\tau_k - 0), \gamma(\tau_k)},$$

որտեղ $X_0 = x$ և $\gamma(0) = i$: Այս արտահայտության աջ մասի առաջին գումարելին $\gamma(t)$-ին համապատասխան գումարային շահույթն է, իսկ երկրորդ գումարելին իրենից ներկայացնում է յուրաքանչյուր τ_k փոփոխման պահին մեկ ռեժիմից մյուսը անցման հետ կապված ծախսերի հանրագումարը: Դժվար չէ տեսնել, որ $\varphi\big(X_s, \gamma(s)\big) = \varphi(P_s([\mathrm{I}]), G_s, i)$, եթե $\gamma(s) = i$ և s [I] բլոկից են: Սահմանենք $r(t)$-ն՝ որպես $[t, T]$ միջակայքում բոլոր հնարավոր կառավարման ֆունկցիաների բազմություն: Նաև՝

$$J(t, x, i; \gamma) = \boldsymbol{E}[H(x, i, [t, T]; \gamma) | X_t = x, \gamma(t) = i]:$$

Այսպիսով, խնդիրն այս ֆունկցիան մաքսիմալացնելն է՝ ըստ օպտիմալ կառավարման ֆունկցիայի, այսինքն, որոշել հետևյալ ֆունկցիան՝

$$J(t, x, i) = sup_{\gamma \in r(t)} J(t, x, i; \gamma):$$

$J(t, x, i)$ թվային ֆունկցիան գնահատում է $[t, T]$ ժամանակահատվածում էլեկտրակայանը աշխատեցնելուց ստացվող եկամտի պայմանական սպասվող մեծագույն արժեքը՝ տրված $X_t = x$, $\gamma(t) = i$ սկզբնական արժեքների համար: Մեր նպատակն է՝ հաշվել $J(t, x, i)$ թվային ֆունկցիան և գտնել γ^* օպտիմալ կառավարման ստրատեգիան, եթե այն գոյություն ունի: Այս պարագայում $J(t, x, i)$-ն կհասնի իր սուպրեմումին այդ կետում:

Եթե ենթադրենք, որ գործ ունենք դիսկրետ ժամանակի հետ, և կառավարման պրոցեսը անփոփոխ է $[\tau_k, \tau_{k+1}]$ միջակայքում, այսինքն՝ վառելիքի G_t գնի փոփոխման բազմությունը վիճակի փոփոխման պահերի ենթաբազմություն է, ապա հետևյալ հավասարությունը ցույց կտա սպասվող եկամտի և լավագույն վիճակում կանգնեցվաց սպասվող եկամտի տարբերությունը (տես [2]):

$$J(t, x, i) - max_{m=1,2,3} J(t, x, i) E\left[\int_t^T \varphi_m\big(X_s, \gamma(s)\big) ds / X_t = x\right]:$$

[2] **O**hanyan **V**.**K**. & **K**echejian **H**., “Tolling contracts”, in “Reliability and Optimization of Structural Systems”, **D**er **K**iureghian **A**., **H**ajian **A**., 2012, pp. 231-236.

Խնդրի կիրառությունը ֆյուչերսների շուկաներում: Նախ և առաջ, այս բաժնում տեսնենք, թե մեր խնդրում ինչպես է ավելի օպտիմալ տեղաշարժվել մի ռեժիմից մյուսը: Եթե τ պահին i ռեժիմից j ռեժիմ անցնելը օպտիմալ է, ապա ցանկացած k ռեժիմի դեպքում՝ այնպիսին, որ

$$a_{ij} = a_{ik} + a_{kj},$$

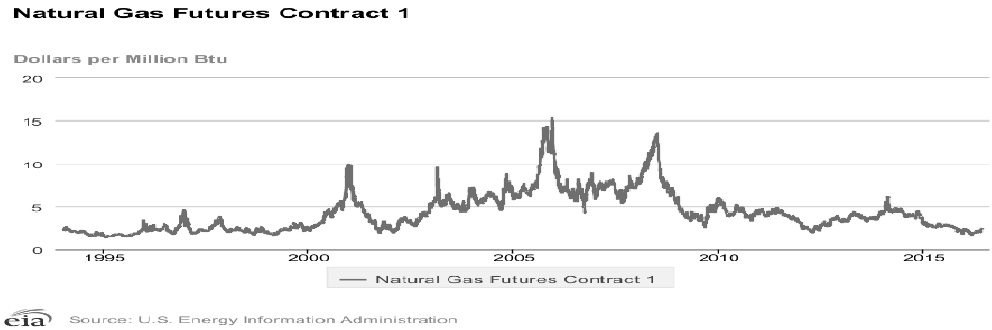
նույնպես օպտիմալ է ժամանակի τ պահին j-ին անցնելը: τ պահին i ռեժիմից j-ին անցնելը նշանակում է՝

$$-a_{ij} + J(\tau, X_\tau, j) > -a_{ik} + J(\tau, X_\tau, k),$$
$$-a_{kj} + J(\tau, X_\tau, j) > J(\tau, X_\tau, k):$$

Սա ցույց է տալիս, որ τ պահին j ռեժիմին անցնելը ավելի լավ է, քան k ռեժիմում մնալը:

Դիտարկելով ապրանքային ֆյուչերսներից ամենատարածվածներից մեկը՝ բնական գազի վրա գրված ֆյուչերսները՝ օգտվենք Նյու Յորքի Ապրանքային բորսայի՝ "NYMEX"-ի կողմից հրապարակվող՝ բնական գազի ֆյուչերսների վերաբերյալ օրեկան կտրվածքով պատմական տվյալներից (բացառությամբ շաբաթ և կիրակի օրերից): Վերցնենք բավականին մեծ հատված, որպեսզի կատարվող դիտարկումները լինեն հնարավորինս իրատեսական: Դիցուք ունենք 1994 թվականի հունվարի 13-ից մինչ 2016 թվականի մայիսի 27-ի տվյալները: Եվ դիտարկենք, որ էլեկտրակայանի աշխատելու համար պահանջվող գազը ձեռք ենք բերում բնական գազի ֆյուչերսների միջոցով, որոնց համար կիրառում ենք վերը նշված մարկովյան մոդելները (տես [3]):

Նկ. 1



Նկ. 1-ում դիտարկվող ժամանակահատվածում բնական գազի ֆյուչերսների պայմանագրերի գներն են, որոնք կկիրառենք $\varphi(P_t([\mathrm{I}]), G_t, i)$ վճարման ֆունկցիայում, որպես $P_t([\mathrm{I}])$՝ [I]-ին բլոկում աշխատելու ընթացքում էլեկտրականության գին: Քանի որ ֆյուչերսային պայմանագրի հիմնական նպատակը դեֆոլտի ռիսկի կրճատումն է՝ այսպիսով կկարողանանք կրճատել այդ ռիսկը (տես [4]):

Դիտարկենք նաև մարկովյան ռեժիմների փոփոխմամբ GARCH մոդելներ: Այս տիպի մոդելների հիմնական առավելությունն այն է, որ նրանք թույլ են տալիս Մարկովյան պրոցեսի համաձայն փոփոխել մոդելում ներառված պարամետրերը՝ տարբեր ռեժիմներում դիտարկելով: Ենթադրենք, նաև, որ մեր պորտֆելի $\mathrm{R_t}$ եկամտաբերության պատահական պրոցեսը GARCH է:

Այդ մոդելը Eviews վիճակագրական փաթեթն աշխատեցնելու արդյունքում, ենթադրելով, որ ε_t աղմուկները ունեն Ստուդենտի t բաշխում, կստանանք աղյուսակ 1-ի արդյունքները, որոնցից հետևում է, որ իմաստ ունի կիրառել GARCH այս մեդոլում (տես [5]):

Դիտարկենք հետևյալ խնդիրը՝ մաքսիմալացնել ստացվող շահույթը *[0,T]* ժամանակահատվածում՝ ինչ-որ ֆինանսական կազմակերպության ֆյուչերսներում զբաղեցրած դիրքը փոփոխելով: Այսինքն, օպտիմալ կերպով փոփոխելով ունեցած դիրքը այդ ապրանքային ֆյուչերսների պայուսակում, փորձել ստանալ առավելագույն եկամուտ՝ հաշվարկելով այդ ֆյուչերսների գները Մարկովյան մեթոդով:

Ենթադրենք, ունենք երեք տարբեր ռեժիմներ՝ $\rho_1 = -1, \rho_2 = 0, \rho_3 = 1$:

Առաջինն այն դեպքն է, երբ կազմակերպությունը գրավում է կարճ դիրք, երկրորդ դեպքում կազմակերպությունը անտարբեր է պորտֆելի եկամտաբերության փոփոխության նկատմամբ, իսկ երրորդ դեպքում կազմակերպությունը գրավում է երկար դիրք: *[0,T]* ժամանակահատվածում շահույթը նշանակենք հետևյալ կերպ՝

$$\varphi_i(t, R_t) = \rho_i R_t - K_i, \qquad i = 1,2,3,$$

որտեղ R_t-ն բաժնետոմսի եկամտաբերությունն է t պահին, իսկ K_i–ն գործառնական ծախսերի մեծությունն է:

$\gamma = \big((\xi_1, \tau_1), (\xi_2, \tau_2), \dots\big)$-ն ժամանակից կախված ստրատեգիան նկարագրող կարգավորման պրոցեսն է, որտեղ ξ_i-ն զբաղեցրած դիրքերին համապատասխան ռեժիմներն են, իսկ τ_2-երը՝ այդ ռեժիմների փոփոխման պահերը:

Հաշվի առնելով վերին նշանակումները և ω սցենարի դեպքում՝ վաստակած շահույթը մինչև ֆիքսված T պահը կլինի՝

$$H(r, i, [0,T]; \gamma)(\omega) = \int_0^T \varphi_{\gamma_t}\big(t, R_t(\omega)\big)dt - \sum_{\tau_k < T} a_{\gamma_{\tau_k^-}, \gamma_{\tau_k}}, \qquad (1)$$

[3] **A**ndersen **L**., "Markov Models for Commodity Futures: Theory and Practice". Journal of Finance, 2008.
[4] http://www.eia.gov/dnav/ng/hist/rngc1d.htm
[5] **K**laassen **F**., "Improving GARCH Volatility Forecasts with Regime – Switching GARCH", 2002.

Աղյուսակ 1.

Dependent Variable: FUTURES	
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Student's t distribution	
Date: 14/10/16 Time: 13:37	
Sample (adjusted): 1/13/1994 5/27/2016	
Included observations: 5609 after adjustments	
Failure to improve Likelihood after 5 iterations	
Presample variance: backcast (parameter = 0.7) GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2 + C(5)*GARCH(-1)	
……………………………………………………………………….	
R-squared	0.140019
Mean dependent var	0.014952
Adjusted R-squared	0.129501
S.D. dependent var	5.090173
S.E. of regression	5.005908
Akaike info criterion	5.975001
Sum squared resid	50027.33
Schwarz criterion	6.104296
Log likelihood	-7005.2
Hannan-Quinn criter.	6.018647
Durbin-Watson stat	2.001824

ավելացնենք նաև $R_0 = r, \gamma_0 = i$ պայմանները, որը կնշանակի, որ ժամանակի 0 պահին երբ սկսում ենք տիրապետել տվյալ պորտֆելը, բաժնետոմսի եկամտաբերությունը $\mathbb{r}$ է, և այդ պորտֆելը պարունակում է որոշակի քանակությամբ ֆյուչերսներ. այն կարող ենք համարել սկզբնական զբաղեցրած դիրք: Արդյունքում մեր խնդիրը, տվյալ պորտֆելի տիրապետման ընթացքում օպտիմալ կառավարման ստրատեգիա ընտրելով, (1)-ի պայմանական մաթ-սպասման մաքսիմալացումն է:

Մեր մոդելում, որպես դիտարկվող պայուսակի եկամտաբերության պրոցեսի պայմանական բաշխում, հարմար է նայել *F(.)* բաշխումը՝ կախված (μ_t^i, h_t^i, v_t^i) պարամետրերից, որոնք բնութագրում են մեր երեք վիճակներում գտնվելու փաստը $P(s_t = i|\mathfrak{I}t{-}1$ հավանականություններով: $\mathfrak{I}t{-}1$-ը իրենից ներկայացնում է *t-1* պահին հասանելի ինֆորմացիան: μti– ը պորտֆելի եկամտաբերության պայմանական մաթեմատիկական սպասումն է, h_t^i–ն պայմանական վարիացիան է, իսկ v_t^i–ն՝ բաժնետոմսի եկամտաբերության պրոցեսի պայմանական բաշխման տեսքի պարամետր է, երբ գտնվում ենք տվյալ i –րդ վիճակում:

Այսինքն, երբ ժամանակի t պահին տվյալ բաժնետոմսերում զբաղեցնում ենք որոշակի դիրք՝ գտնվում ենք $\mathbb{i}$ ռեժիմում, ապա այդ բաժնետոմսերի եկամտաբերության պրոցեսը բնութագրվում է այդ ռեժիմին համապատասխան (μ_t^i, h_t^i, v_t^i) պարամետրերով բաշխման ֆունկցիայի միջոցով՝ այդ ռեժիմին համապատասխան $P(s_t = i|\mathfrak{I}_{t-1})$ հավանականությամբ: h_t^i պայմանական վարիացիայի համաձայն սահմանենք հետևյալ GARCH–ը՝

$$\left[h_t^{(i)}\right]^2 = a_0^{(i)} + a_1^{(i)} r_{t-1}^2 + \beta_1^{(i)} \mathbb{E}[(h_{t-1})^2 | s_t = i],$$

որտեղ $(h_{t-1})^2$ ներկա ռեժիմից անկախ՝ նախորդ ժամանակահատվածների պայմանական վարիացիաների միջինն է և $i = 1,2,3$ (տես [6]):

Եզրակացություն: Այս աշխատանքում դիտարկված մոդելները ավելի ճշգրիտ արդյունքներ են տալիս ապրանքային ֆյուչերսների եկամտաբերության պրոցեսի վերաբերյալ, քանի որ ավելի ճկուն են քան ցանկացած այլ GARCH մոդելի տեսակ, և ֆյուչերսների գների կորը հաշվարկված է մարկովյան մոդելներով: Քանի որ աշխատանքում դիտարկվող հիմնական խնդիրը իրենից ներկայացնում է օպտիմալ պահերին ռեժիմների օպտիմալ ընտրություն, այս մոդելը շատ հարմար գործիք է հիմքում ընկած պրոցեսի՝ տարբեր ռեժիմներում տարբեր պարամետրերով և բաշխումով հանդես գալու տեսանկյունից:

Գրականության ցանկ

1. Andreasen **J**., “Back to the future”, RISK, September, 2005.
2. Ohanyan **V**.**K**. & **K**echejian **H**., “Tolling contracts”, in “Reliability and Optimization of Structural Systems”, **D**er **K**iureghian **A**., **H**ajian **A**., 2012, pp. 231-236.
3. Andersen **L**., “Markov Models for Commodity Futures: Theory and Practice”. Journal of Finance, 2008.
4. http://www.eia.gov/dnav/ng/hist/rngc1d.htm
5. Klaassen **F**., “Improving GARCH Volatility Forecasts with Regime – Switching GARCH”, 2002.
6. Marcucci **J**., “Forecasting Stock Market Volatility with Regime – Switching GARCH Models”, Department of Economics, University of California, at San Diego, USA, 2005.

Ներկայացվել է 19.11.2017թ.
Ընդունվել է տպագրության 26.12.2017թ.

[6] **M**arcucci **J**., “Forecasting Stock Market Volatility with Regime – Switching GARCH Models”, Department of Economics, University of California, at San Diego, USA, 2005.